5. ÜBUNG ZUR VORLESUNG „EINFÜHRUNG IN DIE TOPOLOGIE“ IM SOMMERSEMESTER 2000

Aufgabe 15. Zeige: Sind J eine Menge und X_j für $j \in J$ wegzusammenhängende Räume, so ist $\prod_{j\in J} X_j$ wegzusammenhängend.

Bemerkung. Ersetzt man ‚wegzusammenhängend‘ durch ‚zusammenhängend‘, so bleibt die Aussage wahr. Für endliches J haben wir das gezeigt, für beliebiges J ist es etwas schwieriger.

Aufgabe 16. Es sei (X, d) ein metrischer Raum, und für $y \in Y$ sei

$$\begin{aligned} d_y \colon X &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto d(x, y). \end{aligned}$$

Zeige, dass die von d induzierte Topologie auf X die Initialtopologie bezüglich der Funktionen d_y, $y \in X$ ist.

Aufgabe 17. Zeige, dass die folgenden drei Räume homöomorph sind.

(i) $S^1 \times S^1$,
(ii) $\mathbb{R}^2 / \sim$ mit $(x, y) \sim (x', y') \iff (x - x', y - y') \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$,
(iii) $I \times I / \sim$, wobei $\sim$ durch $(x, 0) \sim (x, 1)$ und $(0, y) \sim (1, y)$ für alle $x, y \in I$ erzeugt werde.

Abgabe: am 26. Mai 2000 in der Vorlesung.