2. ÜBUNG ZUR VORLESUNG „ALGEBRAISCHE TOPOLOGIE“ IM WINTERSEMESTER 2013/14

CARSTEN SCHULTZ

Ein Nachtrag zum allgemein topologischen Teil.

Aufgabe 8. Es seien X, Y Räume und $f\colon X \to Y$ eine Funktion, so dass der Graph von f, $G := \{(x, f(x))\colon x \in X\} \subset X \times Y$ abgeschlossen ist.

(i) Zeigen Sie: Sind X, Y kompakt, so ist f stetig.
(ii) Lassen sich die Voraussetzungen im ersten Punkt abschwächen?
(iii) Zeigen Sie, dass im allgemeinen f nicht stetig sein muss.

Bemerkung. Man kann sich auch über die Umkehrung Gedanken machen: Unter welchen Voraussetzungen an die Räume sind die Graphen stetiger Funktionen abgeschlossen?

Aufgabe 9. Zeigen Sie: Ist X ein beliebiger Raum, so ist der Kegel CX zusammenziehbar.

Aufgabe 10. Zeigen Sie: Ist $X \neq \emptyset$ ein topologischer Raum, $n \geq 0$ und $f\colon X \to \mathbb{S}^n$ nicht surjektiv, so ist f homotop zu einer konstanten Abbildung.

Tipp. Wie sieht das Komplement eines Punktes in der Sphäre aus? Sie können Eigenschaften der stereographischen Projektion nachlesen und benutzen, wenn Sie das als hilfreich empfinden.

Besprechung: wahrscheinlich am 7. November.