5. ÜBUNG ZUR VORLESUNG „ALGEBRAISCHE TOPOLOGIE“ IM WINTERSEMESTER 2013/14

CARSTEN SCHULTZ

Aufgabe 16. Es sei (X, x_0) ein Raum mit Basispunkt und $m\colon X \times X \to X$ eine Abbildung (man denke Multiplikation), so dass

$$m(\bullet, x_0) \simeq \mathrm{id}_{(X,x_0)}, \qquad m(x_0, \bullet) \simeq \mathrm{id}_{(X,x_0)},$$

wobei alle Homotopien relativ zum Basispunkt seien. Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\pi_1(X, x_0) \times \pi_1(X, x_0) \cong \pi_1(X \times X, (x_0, x_0)) \xrightarrow{m_\#} \pi_1(X, x_0)$$

gleich der Multiplikation auf der Gruppe $\pi_1(X, x_0)$ ist und diese Gruppe abelsch ist.

Aufgabe 17. Es seien $f, g\colon \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$ stetige Abbildungen. Zeigen Sie:

(i) Ist $\deg f = \deg g$, so ist $f \simeq g$.
(ii) $\deg(f \circ g) = \deg f \cdot \deg g$.

Aufgabe 18. Es sei $f\colon \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$ stetig mit $f(-x) = -f(x)$ für alle x. Zeigen Sie, dass $\deg f$ ungerade ist.

Tipp. Nutzen Sie aus, dass die Abbildung bereits durch ihre Werte auf dem oberen Halbkreis bestimmt ist. Was folgt daraus für die Hochhebung des relevanten Weges?

Besprechung: am 21. November.