

**8. ÜBUNG ZUR VORLESUNG  
„ALGEBRAISCHE TOPOLOGIE“  
IM WINTERSEMESTER 2013/14**

CARSTEN SCHULTZ

Noch ganz auf die Schnelle ein paar Aufgaben.

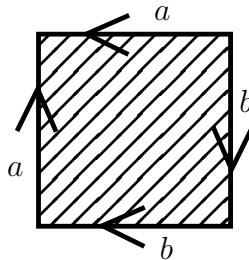
**Aufgabe 31.** Let  $A$  be a subspace of  $X$ . What can you say about the long exact homology sequence of  $(X, A)$  if

- (i)  $A$  is a retract of  $X$ , i.e. there exists a map  $r: X \rightarrow A$  such that  $r \circ i = \text{id}_A$ ,
- (ii)  $A$  is a deformation retract of  $X$ , i.e. there exists a map  $r: X \rightarrow A$  such that  $r \circ i = \text{id}_A$  and  $i \circ r \simeq \text{id}_X$ ?

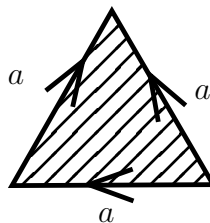
In particular, note if any of the maps or groups are necessarily zero.

**Aufgabe 32.** Bestimme die zellulären Kettenkomplexe und die Homologie dieser beiden früher bereits betrachteten Räume.

(i)



(ii)



Die Version, die ich beim letzten Mal bereits meinte.

**Aufgabe 33.** Es sei  $X = (\mathbb{S}^1 \times I) / \sim$  mit

$$(s, t) \sim (s', t') \iff t = t' \wedge (s = s' \vee (t \in \{0, 1\} \wedge s = -s')).$$

- (i) Bestimme  $\pi_1(X)$ .
- (ii) Ist diese Gruppe endlich? Ist sie abelsch?
- (iii) Bestimme die Homologiegruppen von  $X$ .

---

*Besprechung:* am 6. Februar.