14. ÜBUNG ZUR VORLESUNG „EINFÜHRUNG IN DIE FUNKTIONALANALYSIS“ IM WINTERSEMESTER 2002/2003

STEFAN GESCHKE CARSTEN SCHULTZ

Der letzte Zettel mit regulären Aufgaben. Nicht das Ende des Stoffes!

Aufgabe 46. Sei (x_n) eine Folge in einem Hilbertraum H und $z \in H$. Zeige die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

(i) $x_n \to z$.
(ii) $x_n \xrightarrow{\sigma} z$ und $\|x_n\| \to \|z\|$.

Aufgabe 47. Sei (x_n) eine Folge paarweise orthogonaler Elemente eines Hilbertraums. Zeige die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

(i) $\sum_{n=0}^{\infty} x_n$ ist konvergent.
(ii) $\sum_{n=0}^{\infty} \|x_n\|^2$ ist konvergent.
(iii) $\sum_{n=0}^{\infty} x_n$ (das heißt, die Folge der Partialsummen) ist schwach konvergent.

Zusatzaufgabe 3. Zeige durch Beispiele oder ein Beispiel, dass die folgenden Aussagen für Unterräume U eines *Prä*hilberraumes X im allgemeinen *nicht* gelten:

(i) $\overline{U} = U^{\perp\perp}$,
(ii) $\overline{U} \oplus U^{\perp} = X$.

Abgabe: 4. Februar 2003.