7. ÜBUNG ZUR VORLESUNG „MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER I“ IM WINTERSEMESTER 1999/2000

PROF. DR. BERENDT CARSTEN SCHULTZ

Aufgabe 19. Zeige:

(i) Ist $I \subseteq \mathbb{R}$, $f\colon I \to \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig und (a_n) eine Cauchy-Folge in I, so ist auch $\big(f(a_n)\big)$ eine Cauchy-Folge.

(ii) Die Funktion $f\colon (0,\infty) \to (0,\infty)$ mit $f(x) = \frac{1}{x}$ ist nicht gleichmäßig stetig.

Aufgabe 20. Zeige, dass ein $x \in [0,2]$ existiert, so dass

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 0.$$

Anleitung. Der angegebene Ausdruck stellt auf ganz $\mathbb{R}$ eine stetige Funktion dar. Zeige dies zumindest für das betrachtete Intervall, und vergiss nicht, die benutzten Sätze aus der Vorlesung zu zitieren. Vergleiche dann die Werte bei $x = 0$ und $x = 2$. Der zweite wird nicht exakt zu berechnen sein, das ist aber auch nicht nötig. Wende schließlich wieder einen aus der Vorlesung bekannten Satz an.

Aufgabe 21. Betrachte die Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}.$$

Was ist ihr Konvergenzradius, für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert sie?

Tip. Für einen Teil der Aufgabe mag das Leibniz-Kriterium hilfreich sein.

Abgabe: am 15. 12. 1999 in der Vorlesung.