2. ÜBUNG ZUR VORLESUNG „MATHEMATIK FÜR INFORMATIKER I“ IM WINTERSEMESTER 1999/2000

PROF. DR. BERENDT CARSTEN SCHULTZ

Information. *Um die Verwirrung zu beenden, geben wir hier noch einmal kurz Orte und Zeiten aller Tutorien an. Carsten: Do 14–16 A2–6 032; Clemens: Mi 12–14 T9 049, Mi 14–16 T9 039, Do 12–14 T9 039; Diana: Fr 14–16, T9 039; Stephan: Do 14–16 A2-6 025/026, Fr 8–10 T9 055.*

Aufgabe 4. Es sei n eine natürliche Zahl. Auf der Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ sei die Relation $\sim$ durch

$$r \sim s :\Longleftrightarrow r - s \text{ ist ein ganzzahliges Vielfaches von } n$$

definiert.

(i) Zeige, dass dies eine Äquivalenzrelation ist.
(ii) Wie groß ist die Zahl der Äquivalenzklassen?

Aufgabe 5. Zeige durch vollständige Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n

$$\frac{2n}{3} + \frac{n^2}{4} - \frac{n^3}{6} + \frac{n^4}{4}$$

eine ganze Zahl ist.

Aufgabe 6. Ist der folgende Beweis korrekt? Wenn nicht, wo liegt der Fehler?

Proposition. *Alle natürlichen Zahlen sind ungerade.*

Beweis. Wir zeigen die Aussage „für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, dass alle natürlichen Zahlen, die kleiner oder gleich n sind, ungerade sind“ durch Induktion über n.

Induktionsanfang für $n = 1$: Die Aussage ist für $n = 1$ wahr, da 1 ungerade ist.

Induktionsschritt von n nach $n + 1$: Wir nehmen an, die Aussage sei für n wahr. Dann sind alle natürlichen Zahlen, die kleiner oder gleich n sind, ungerade, insbesondere also $n - 1$. Nun ist $n + 1 = (n - 1) + 2$ und damit ist $n + 1$ auch ungerade. Also sind alle natürlichen Zahlen, die kleiner oder gleich $n + 1$ sind, ungerade.

□

Abgabe: am 10. 11. 1999 in der Vorlesung.